

Semaine 9

du 25 au 29 novembre 2024

• **Question de cours.** Une question de cours parmi :

- Pour tous polynômes $P, Q \in \mathbb{K}[X]$ et toute matrice $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$, $(P + Q)(A) = P(A) + Q(A)$ et $P(A) \times Q(A) = (P \times Q)(A)$.
- Pour $A, B \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ et $P \in GL_n(\mathbb{K})$: $tr(AB) = tr(BA)$ et $tr(P^{-1}AP) = tr(A)$.
- Les p sous-espaces vectoriels F_1, F_2, \dots, F_p sont en somme directe si et seulement si, $\forall (f_1, f_2, \dots, f_p) \in F_1 \times F_2 \times \dots \times F_p$,

$$f_1 + f_2 + \dots + f_p = O_E \implies f_1 = f_2 = \dots = f_p = O_E.$$

• **Chapitre 6** Révisions et compléments d'algèbre linéaire

A. Matrices et Systèmes linéaires.

- Matrice de type (p, q) à coefficients dans \mathbb{K} . Somme, multiplication par un scalaire, produit matriciel. Propriétés.
- Transposition ; propriétés.
- Matrices carrées d'ordre p . Opérations et propriétés.
- Polynômes de matrices ; propriétés. Polynôme annulateur et applications.
- Trace d'une matrice carrée. Propriétés.
- Matrices carrées remarquables : scalaires, diagonales, triangulaires, symétriques, anti-symétriques.
- Liens matrices/systèmes linéaires. Application à l'inversion de matrices.
- Matrices par blocs. Propriétés.

B. Espaces vectoriels et applications linéaires

- Espaces vectoriels. Sous-espaces vectoriels.
- Somme de 2 sous-espaces ; somme directe ; sous-espaces supplémentaires. Somme de p sous-espaces. Sommes directes $F_1 \oplus F_2$ et $F_1 \oplus \dots \oplus F_p$. Sous-espaces supplémentaires. Caractérisations.
- Applications linéaires, endomorphismes (etc.) ; généralités et propriétés. Groupe linéaire $GL(E)$.
- Équations linéaires. Structure affine de l'ensemble des solutions.
- Projecteurs et Symétries ; caractérisations : $p \circ p = p$ et $s \circ s = id_E$ et décomposition en somme directe associée.
- Polynômes d'endomorphismes ; propriétés.