

Semaine 8

du 18 au 22 novembre 2024

• **Question de cours.** Une à montrer parmi :

- Définition de e^z pour $z \in \mathbb{C}$; $\forall \theta \in \mathbb{R}$, $e^{i\theta} = \cos(\theta) + i \sin(\theta)$ et $\forall (z, z') \in \mathbb{C}^2$, $e^z \times e^{z'} = e^{z+z'}$.
- Pour tous polynômes $P, Q \in \mathbb{K}[X]$ et toute matrice $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$, $(P + Q)(A) = P(A) + Q(A)$ et $P(A) \times Q(A) = (P \times Q)(A)$.
- Pour toutes matrices $A, B \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ et $P \in GL_n(\mathbb{K})$, $\text{tr}(AB) = \text{tr}(BA)$ et $\text{tr}(P^{-1}AP) = \text{tr}(A)$.

• **Chapitre 5** Séries numériques

- Séries numériques à valeurs dans \mathbb{K} ; convergence, divergence. Propriétés générales.
- Séries géométriques, séries de Riemann, série harmonique, harmonique alternée, séries exp, cos et sin.
- Séries à termes positifs. Critère de convergence. Théorèmes de comparaison. Règle de d'Alembert. Règle de Riemann.
- Comparaison série-intégrale.
- Série à termes quelconques. Convergence absolue. L'absolue convergence entraîne la convergence. Inégalité triangulaire.
- Théorème de comparaison pour des séries à termes quelconques.
- Séries alternées. Critère spécial des séries alternées.
- Produit de Cauchy. Le produit de Cauchy de deux séries absolument convergentes converge absolument; sa somme est le produit des deux séries.
- Extension de exp de \mathbb{R} à \mathbb{C} à l'aide des séries $\sum \frac{z^k}{k!}$, $\sum (-1)^k \frac{x^{2k}}{(2k)!}$, $\sum (-1)^k \frac{x^{2k+1}}{(2k+1)!}$. Propriétés de l'exponentielle complexe.

• **Chapitre 6** Matrices. Révisions et compléments.

- Matrice de type (p, q) à coefficients dans \mathbb{K} . Somme, multiplication par un scalaire, produit matriciel. Propriétés.
- Transposition; propriétés.
- Matrices carrées d'ordre p . Opérations et propriétés.
- Polynômes de matrices. Opérations. Polynôme annulateur et application au calcul de l'inverse et des puissances d'une matrice.
- Matrices carrées remarquables : scalaires, diagonales, triangulaires, symétriques, anti-symétriques.
- Trace d'une matrice carrée.
- Liens matrices/systèmes linéaires.