

Semaine 7

du 11 au 15 novembre 2024

• Question de cours. Une à montrer parmi :

- Nature de la série de Riemann $\sum \frac{1}{n^\alpha}$ et majoration de son reste d'ordre n en cas de convergence.
- Comparaison série-intégrale.
- Critère spécial des séries alternées.
- Définition de e^z pour $z \in \mathbb{C}$; $\forall \theta \in \mathbb{R}$, $e^{i\theta} = \cos(\theta) + i \sin(\theta)$ et $\forall (z, z') \in \mathbb{C}^2$, $e^z \times e^{z'} = e^{z+z'}$.

• Chapitre 5 Séries numériques

- Séries numériques à valeurs dans \mathbb{K} ; convergence, divergence. Propriétés générales.
- Séries géométriques, séries de Riemann, série harmonique, harmonique alternée, séries exp, cos et sin.
- Séries à termes positifs. Critère de convergence. Théorèmes de comparaison. Règle de d'Alembert. Règle de Riemann.
- Comparaison série-intégrale.
- Série à termes quelconques. Convergence absolue. L'absolue convergence entraîne la convergence. Inégalité triangulaire.
- Théorème de comparaison pour des séries à termes quelconques.
- Séries alternées. Critère spécial des séries alternées.
- Produit de Cauchy. Le produit de Cauchy de deux séries absolument convergentes converge absolument; sa somme est le produit des deux séries.
- Extension de exp de \mathbb{R} à \mathbb{C} à l'aide des séries $\sum \frac{z^k}{k!}$, $\sum (-1)^k \frac{x^{2k}}{(2k)!}$, $\sum (-1)^k \frac{x^{2k+1}}{(2k+1)!}$. Propriétés de l'exponentielle complexe.