

Semaine 4

du 7 au 11 octobre 2024

• **Question de cours.** Une à montrer parmi :

– Formule de Taylor-Laplace (Taylor avec reste intégral)

– $\forall f \in \mathcal{C}^0([a, b], \mathbb{R}_+)$, $\int_a^b f = 0 \implies f = 0$

– $\forall f \in \mathcal{C}^1([a, b], \mathbb{R})$, $\left| \int_a^b f - \frac{b-a}{n} \sum_{k=0}^{n-1} f\left(a + k \frac{b-a}{n}\right) \right| \leq \max |f'| \times \frac{(b-a)^2}{2n}$.

• **Chapitre de révision** Analyse asymptotique.

– Relations de domination O , prépondérance o , équivalence \sim . Propriétés usuelles ; équivalents usuels.

– Développements limités. Condition nécessaire et suffisance d'existence d'une DL_0 , d'un DL_1 . Obtention d'un équivalent par DL.

– Formule de Taylor-Young ; Inégalité de Taylor-Lagrange.

– DL par somme, produit, composition, inverse, primitivation, dérivation.

– DLs usuels.

• **Révisions et compléments** Intégration sur un segment.

– Intégrale d'une fonction continue par morceaux (au sens de Riemann).

– Propriétés : Chasles, linéarité, positivité, croissance, valeur moyenne. Toute fonction continue positive, d'intégrale nulle est identiquement nulle.

– Somme de Riemann ; convergence, majoration de l'erreur lorsque f est \mathcal{C}^1 . Méthode des rectangles.

– Théorème fondamental de l'analyse.

– Calcul de primitive ; intégration par partie ; changement de variable.

– Intégrale d'une fonction paire/impair/périodique.

• **Chapitre 4** Intégrales généralisées

– Intégrale impropre ; notation $\int_{[a, b[} f$, $\int_a^b f$, (etc.) pour une fonction continue par morceaux sur un intervalle (a, b) ; convergence, divergence.

– Premières propriétés : Chasles, Linéarité, Positivité, Croissance. Si f est positive et continue sur un intervalle I , et si $\int_I f = 0$ alors $f = 0$.