

Semaine 4

du 30 septembre au 4 octobre 2024

- **Question de cours.** Une à montrer parmi :
 - Exemple d'une fonction de classe \mathcal{C}^1 qui n'est pas deux fois dérivable. Exemple d'une fonction dérivable qui n'est pas de classe \mathcal{C}^1 .
 - Formule de Taylor-Laplace (Taylor avec reste intégral)
 - $\forall f \in \mathcal{C}^0([a, b], \mathbb{R}_+), \int_a^b f = 0 \implies f = 0$
 - $\forall f \in \mathcal{C}^1([a, b], \mathbb{R}), \left| \int_a^b f - \frac{b-a}{n} \sum_{k=0}^{n-1} f\left(a + k \frac{b-a}{n}\right) \right| \leq \max |f'| \times \frac{(b-a)^2}{2n}$.

- **Chapitre de révision** Dérivabilité ; fonctions de classe \mathcal{C}^n ; analyse asymptotique.
 - Dérivabilité en un point, à droite, à gauche. Droite tangente.
 - Propriétés : Dérivable \implies continue ; dérivée d'une somme, produit, quotient, composée, réciproque.
 - Dérivées usuelles.
 - Condition nécessaire d'extremum en un point intérieur.
 - Théorème de Rolle. Egalité des accroissements finis. Inégalité des accroissements finis.
 - Monotonie et signe de la dérivée.
 - Théorème de la limite de la dérivée.
 - Dérivées successives. Fonctions de classe \mathcal{C}^k . stabilité par combinaison linéaire, produit, quotient, composition. Formule de Leibniz. Réciproque d'une fonction \mathcal{C}^k .
 - Relations de domination O , prépondérance o , équivalence \sim . Propriétés usuelles ; équivalents usuels.
 - Développements limités. Condition nécessaire et suffisance d'existence d'une DL_0 , d'un DL_1 . Obtention d'un équivalent par DL.
 - Formule de Taylor-Young ; Inégalité de Taylor-Lagrange.
 - DL par somme, produit, composition, inverse, primitivation, dérivation.
 - DLs usuels.

- **Révisions et compléments** Intégration sur un segment.
 - Intégrale d'une fonction continue par morceaux (au sens de Riemann).
 - Propriétés : Chasles, linéarité, positivité, croissance, valeur moyenne. Toute fonction continue positive, d'intégrale nulle est identiquement nulle.
 - Somme de Riemann ; convergence, majoration de l'erreur lorsque f est \mathcal{C}^1 . Méthode des rectangles.
 - Théorème fondamental de l'analyse.

- Chaque élève devra avoir au moins un DL non trivial à calculer.