

Semaine 20

du 24 au 28 mars 2025

- **Question de cours.** Une à montrer parmi :
 - Caractérisation matricielle des isométries vectorielles. (Théorème 26)
 - Caractérisation matricielle des endomorphismes auto-adjoints. (Théorème 32)
 - Dans un \mathbb{K} -espace vectoriel normé E , caractérisation séquentielle :
 - des points adhérents d'une partie A de E : $a \in \bar{A} \iff \exists (a_n) \in A^{\mathbb{N}}$ tel que $\lim a_n = a$:
 - des fermés de E : $A \subset E$ est un fermé ssi pour toute suite $(a_n) \in A^{\mathbb{N}}$ convergente, $\lim a_n \in A$.

- **Chapitre 12** Intégrales à paramètres
 - Théorème de convergence dominée de Lebesgue.
 - Théorème d'intégration terme à terme d'une série de fonction.
 - Théorème de continuité sous le symbole \int (sur un intervalle I ou sur tout segment de I).
 - Théorème de dérivation \mathcal{C}^1 sous le symbole \int (sur un intervalle I ou sur tout segment de I).
 - Théorème de dérivation \mathcal{C}^p sous le symbole \int (sur un intervalle I ou sur tout segment de I).

- **Chapitre 13** Endomorphismes des espaces euclidiens
 - Révisions du programme de sup sur les espaces préhilbertiens réels.
 - Isométries vectorielles d'un espace euclidien. Caractérisation à l'aide du produit scalaire. Groupe orthogonal $O(E)$ et groupe spécial orthogonal $SO(E)$. Caractérisation à l'aide des images de bases orthonormales. Propriétés.
 - Matrices orthogonales ; groupe orthogonal $O_n(\mathbb{R})$; groupe spécial orthogonal $SO_n(\mathbb{R})$. Caractérisation matricielle des isométries vectorielles. Propriétés. Application à l'orientation d'un espace vectoriel réel de dimension finie.
 - Endomorphisme symétriques (ou auto-adjoints). Structure de \mathbb{R} -espace vectoriel. Caractérisation des projections et symétries orthogonales ; réflexions. Caractérisation matricielle des endomorphismes auto-adjoints. Théorème spectral (des endomorphismes auto-adjoints ainsi que des matrices symétriques réelles).
 - Matrices symétriques positives, définies positives. Caractérisation à l'aide des valeurs propres.
 - Classification des isométries vectorielles du plan euclidien.

- **Chapitre 14** espaces vectoriels normés
 - Norme dans un \mathbb{K} -espace vectoriel ; normes usuelles : en dimension finie, dans $\mathcal{B}(I, \mathbb{K})$, dans $\mathcal{C}^0([a, b], \mathbb{K})$.
 - Normes équivalentes. Equivalence des normes en dimension finie.
 - Convergence de suite dans un \mathbb{K} -espace vectoriel normé.

C'est le dernier programme de colle de l'année 2024-25.