

Semaine 19

du 17 au 21 mars 2025

- **Question de cours.** Une à montrer parmi :
- Inégalité de Markov + Inégalité de Bienaymé-Tchebychev + loi faible des grands nombres :
 - Soit X une VADR positive d'espérance finie :

$$\forall \varepsilon > 0, \mathbb{P}(X \geq \varepsilon) \leq \frac{1}{\varepsilon} E(X)$$

- Soit X une VADR admettant un moment d'ordre 2 :

$$\forall \varepsilon > 0, \mathbb{P}(|X - E(X)| \geq \varepsilon) \leq \frac{V(X)}{\varepsilon^2}$$

- Soit $(X_n)_n$ une suite de VADR i.i.d. admettant un moment d'ordre 2 ; en posant $S_n = \sum_{k=1}^n X_k$ et $m = E(X_1)$:

$$\forall \varepsilon > 0, \mathbb{P}\left(\left|\frac{S_n}{n} - m\right| \geq \varepsilon\right) \xrightarrow{n \rightarrow +\infty} 0$$

- Caractérisation matricielle des isométries vectorielles. (Théorème 26)
- Caractérisation matricielle des endomorphismes auto-adjoints. (Théorème 32)

- **Chapitre 12** Intégrales à paramètres

- Théorème de convergence dominée de Lebesgue.
- Théorème d'intégration terme à terme d'une série de fonction.
- Théorème de continuité sous le symbole \int (sur un intervalle I ou sur tout segment de I).
- Théorème de dérivation \mathcal{C}^1 sous le symbole \int (sur un intervalle I ou sur tout segment de I).
- Théorème de dérivation \mathcal{C}^p sous le symbole \int (sur un intervalle I ou sur tout segment de I).

- **Chapitre 13** Endomorphismes des espaces euclidiens

- Révisions du programme de sup sur les espaces préhilbertiens réels.
- Isométries vectorielles d'un espace euclidien. Caractérisation à l'aide du produit scalaire. Groupe orthogonal $O(E)$ et groupe spécial orthogonal $SO(E)$. Caractérisation à l'aide des images de bases orthonormales. Propriétés.
- Matrices orthogonales ; groupe orthogonal $O_n(\mathbb{R})$; groupe spécial orthogonal $SO_n(\mathbb{R})$. Caractérisation matricielle des isométries vectorielles. Propriétés. Application à l'orientation d'un espace vectoriel réel de dimension finie.
- Endomorphisme symétriques (ou auto-adjoints). Structure de \mathbb{R} -espace vectoriel. Caractérisation des projections et symétries orthogonales ; réflexions. Caractérisation matricielle des endomorphismes auto-adjoints. Théorème spectral (des endomorphismes auto-adjoints ainsi que des matrices symétriques réelles).
- Matrices symétriques positives, définies positives. Caractérisation à l'aide des valeurs propres.
- Classification des isométries vectorielles du plan euclidien.