

Semaine 16

du 3 au 7 février 2025

• Question de cours. Une à montrer parmi :

- Règle de d'Alembert pour le calcul du rayon de convergence.
- Les séries $\sum a_n z^n$ et $\sum n a_n z^n$ ont même rayon de convergence.
- Continuité monotone : Si (A_n) est une suite d'évènements croissante (resp. décroissante) pour l'inclusion, alors $\mathbb{P}(A_n) \xrightarrow{n \rightarrow +\infty} \mathbb{P}(\bigcup A_n)$ (resp. $\mathbb{P}(\bigcap A_n)$).

• Chapitre 9 Séries entières

- Séries entières de la variable réelle ou complexe. Lemme d'Abel. Rayon de convergence. Disque/intervalle ouvert de convergence (absolue). Convergence normale sur tout segment inclus dans l'intervalle ouvert de convergence. Continuité de la somme.
- Calcul du rayon de convergence. Règle de d'Alembert. Comparaison de rayons de convergence. Rayon de convergence et opérations algébriques, dérivation, primitivation.
- Propriétés de la somme d'une série entière de la variable réelle : Primitivation/Intégration terme à terme sur tout segment inclus dans l'intervalle ouvert de convergence. Dérivation terme à terme de la somme. Caractère C^∞ et expression des coefficients à l'aide des dérivées successives.
- Fonctions développables en séries entières. Unicité du développement. Développements en séries entières usuels : $\frac{1}{1 \pm z}$, $\ln(1 \pm x)$, e^z , $\sin(x)$, $\cos(x)$, $\text{sh}(x)$, $\text{ch}(x)$, $\text{Arctan}(x)$.

• Chapitre 10 Probabilités

- Tribus; espaces probabilisables (d'univers fini, ou infini dénombrable ou indénombrable). Stabilité d'une tribu par opérations ensemblistes. Une intersection quelconques de tribus est une tribu.
- Probabilité. Propriétés. Continuité monotone. Sous-additivité dénombrable. Événements négligeables, presque sûrs.
- Probabilité conditionnelle. \mathbb{P}_B est une mesure de probabilité. Formule des probabilités totales. Formule des probabilités composées. Formule de Bayes.
- Indépendance. Propriétés. Indépendance mutuelle.